Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова

Сибирского отделения Российской академии наук

|  |  |
| --- | --- |
|  | «Утверждаю»  Директор,член-корр. РАН\_  М.П. Лебедев  «12» февраля 2015г. |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

# ПРОГРАММА

**вступительного экзамена в аспирантуру по**

**научному направлению 09.06.01 «Математика и информатика»**

**профиль 05.13.18 «Математическое моделирование,**

численные методы и комплексы задач»

Квалификация (степень)

Кандидат наук

## **Якутск 2015**

Программа обсуждена на заседании ученого совета Института физико-технических проблем Севера СО РАН

протокол № 2 от 12 февраля 2015 г.

Программу разработал

д.ф.-м.н., профессор Пермяков П.П.

1. Дифференцирование функций. Производная неявной функции и функции, заданной параметрически. Производная по направлению.
2. Интегрирование функций. Кратные интегралы.
3. Поверхностные и криволинейные интегралы. Их взаимосвязь. Элементы теории поля.
4. Функциональные последовательности и ряды. Ряды Фурье.
5. Метрические и нормированные пространства. Оператор сжатия. Теорема Банаха.
6. Измеримые функции. Предельный переход в классе измеримых функций.
7. Интеграл Лебега. Суммируемые функции.
8. Квадратичные формы. Закон инерции. Условия положительной определенности квадратичных форм.
9. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Метод последовательных приближений Пикара.
10. Теоремы о зависимости от параметров и начальных данных решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
11. Системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Интегрирование линейных систем с постоянными коэффициентами. Анализ траекторий на плоскости.
12. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими правыми частями. Интегрирование с помощью степенных рядов. Метод малого параметра, теорема А.Пуанкаре.
13. Характеристика уравнений в частных производных.
14. Постановка задач для уравнений математической физики. Понятия о корректности постановок. Пример Адамара.
15. Одномерное волновое уравнения (струна). Постановка задач и формулы для их решения.
16. Принцип максимума. Теоремы единственности для уравнения теплопроводности.
17. Формула Пуассона решения уравнения теплопроводности по начальным значениям температуры
18. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Формула Грина.
19. Принцип максимума для эллиптических уравнений второго порядка. Единственность решения задачи Дирихле и задачи Неймана.
20. Аналитические функции. Условия аналитичности. Конформные отображения.
21. Разложение аналитических функций в степенные ряды. Ряд Лорана. Представление вычетов.
22. Случайные величины. Распределение вероятностей случайных величин.
23. Линейные операторы в конечномерном пространстве. Норма векторов и матриц. Сходимость последовательности векторов и матриц.
24. Вычисление собственных значений и собственных векторов матриц.
25. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
26. Итерационные методы решения систем нелинейных уравнений.
27. Интерполирование и наилучшие приближения функций.
28. Численные методы решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
29. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Разностные тождества и неравенства. Аналоги теорем вложения.
30. Однородные и консервативные разностные схемы. Методы построения консервативных разностных схем.
31. Разностные схемы для уравнений параболического типа.
32. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа первого порядка.
33. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа второго порядка.
34. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа.
35. Экономичные методы решения многомерных нестационарных задач математической физики.
36. Итерационные методы решения разностных эллиптических уравнений.

# Литература

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. -  
   М.: Наука.-1987.-600 с.
2. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. М.: Наука, 1969.
3. Гмурман В.Е. Элементы теории вероятностей и математической статистики. М.: 1999.
4. Калиткин Н.Н. Численные методы М.: Наука, 1978. -512 с.
5. Колмогоров А.Н. Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1981.
6. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1976. 392 c.
7. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970.
8. Самарский А.А. Теория разностных схем. - 2-ое изд. - М.: Наука, 1983. -432.
9. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989.- 432 с
10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1980.
11. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т – 1,2,3. М.: Наука, 1969.